2014

Подготовка к ЕГЭ по математике

Теория для решения задач B10

Открытый банк заданий ЕГЭ по математике http://mathege.ru

Александр и Наталья Крутицких
www.matematikalegko.ru
01.01.2014

Для решения задач необходимо знать:

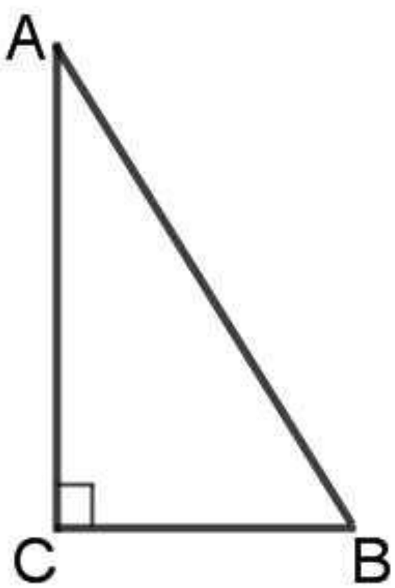
- теорему Пифагора
- теорему косинусов
- определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса в прямоугольном треугольнике
- формулы площадей фигур
- формулы объёмов тел

Задачи решаются в 1-2 действия.

Теорема Пифагора

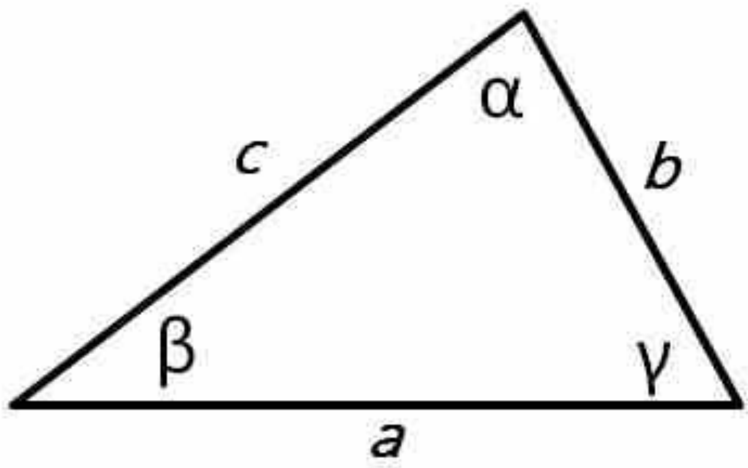
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$



Теорема косинусов

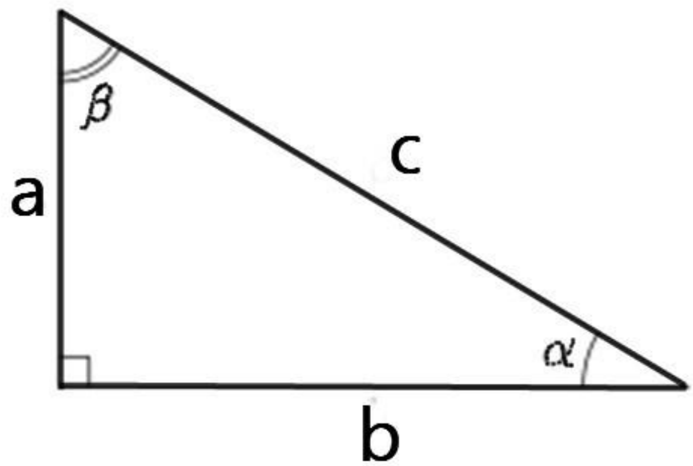
<u>Теорема:</u> ***квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.***



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$$

Понятие синуса, косинуса, тангенса и котангенса в прямоугольном треугольнике

Гипотенуза прямоугольного треугольника — это сторона, лежащая напротив прямого угла. **Катеты** — стороны, лежащие напротив острых углов.



Катет a, лежащий напротив угла α, называется **противолежащим** (по отношению к углу α). Другой катет b, который лежит на одной из сторон угла α, называется **прилежащим**.

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — это отношение противолежащего катета к гипотенузе:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

Косинус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение прилежащего катета к гипотенузе:

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$$

Другое (равносильное) определение – тангенсом острого угла называется отношение синуса угла к его косинусу:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике — это отношение прилежащего катета к противолежащему (или, что то же самое, отношение косинуса к синусу):

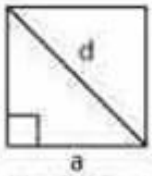
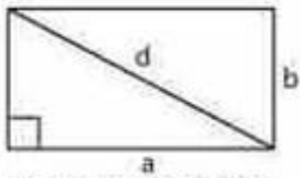
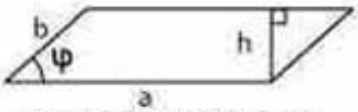
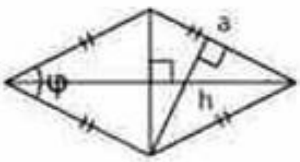
$$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}$$

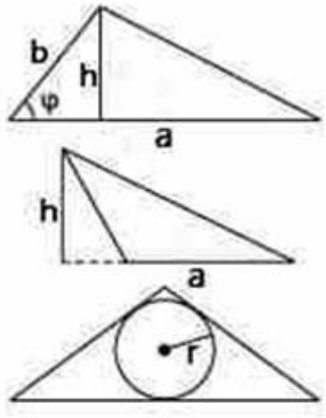
$$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Таким образом, зная два-три элемента в прямоугольном треугольнике, мы всегда сможем найти все остальные его элементы (углы и стороны).

Формулы, которые приведены ниже, в заданиях этой части используются не все. Но повторить их будет полезно.

Формулы площадей и объёмов:

ПЛОЩАДЬ	
 квадрат	$S = a^2$ $P = 4a$ P – сумма сторон фигуры $d = a\sqrt{2}$ d – длина диагонали
 прямоугольник	$S = a \cdot b$ $d = \sqrt{a^2 + b^2}$
 параллелограмм	$S = a \cdot h$ $S = a \cdot b \cdot \sin\varphi$ h – высота
 ромб	$S = a \cdot h$ $S = a^2 \cdot \sin\varphi$ h – высота $S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$ d_1 и d_2 – диагонали



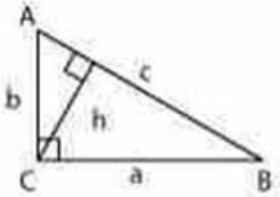
треугольник

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\varphi$$

$S = p \cdot r$ $\quad p$ – полупериметр

r – радиус вписаной окружности

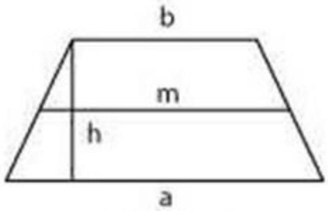


прямоугольный треугольник

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

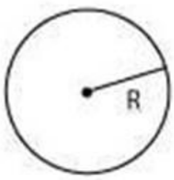


трапеция

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ $\quad a$ и b – основания

h – высота

$m = \frac{a+b}{2}$ – средняя линия



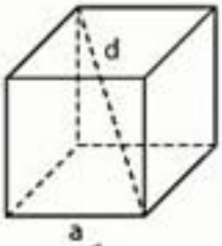
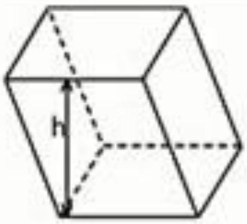
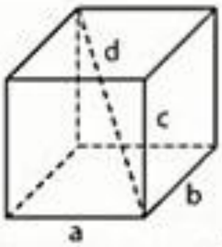
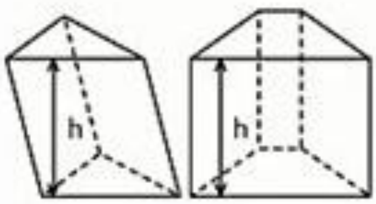
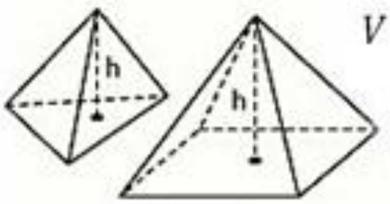
круг

$S = \pi R^2$

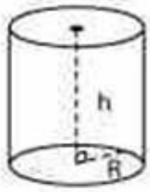
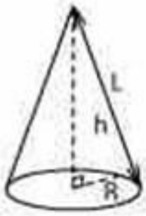
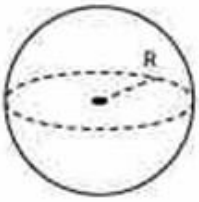
$L = 2\pi R = \pi D$ $\quad D$ – диаметр

L – длина окружности

МНОГОГРАННИКИ

ОБЪЁМЫ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 куб $V = a^3$ a – ребро куба	$S = 6a^2$ $d = a\sqrt{3}$ длина диагонали
 параллелепипед $V = S_{осн} \cdot h$	$S = 2S_{осн} + S_{бок}$ $S_{осн}$ – площадь основания h – высота
 прямоугольный параллелепипед $V = a \cdot b \cdot c$	$S = 2ab + 2ac + 2bc$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 призма $V = S_{осн} \cdot h$	$S = 2S_{осн} + S_{бок}$ $S_{осн}$ – площадь основания h – высота
 пирамида $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$	$S = S_{осн} + S_{бок}$

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 цилиндр $V = \pi R^2 h$ R – радиус основания h – высота	$S = 2S_{осн} + S_{бок} =$ $= 2\pi R^2 + 2\pi Rh$
 конус $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$	$S = S_{осн} + S_{бок} = \pi R^2 + \pi RL$ L – образующая $L = \sqrt{R^2 + h^2}$
 шар $V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$S = 4\pi R^2$