

2014

Подготовка к ЕГЭ по математике

Теория для решения задач В14

Открытый банк заданий ЕГЭ по
математике <http://mathege.ru>



Уважаемые выпускники, все задачи на движение и работу из банка заданий ФИПИ решаются по единому алгоритму. Эти задания однотипны. Главное — понять подход. Всё, что нужно — это здравый смысл и умение решать квадратное уравнение.

Кроме этого, имеются задачи на смеси, сплавы, прогрессии, проценты. Вы поймёте, что и в них нет ничего особо сложного.

Сначала проверьте себя — это важно.

Запишите в виде математического выражения:

1. x на 3 меньше y
2. x составляет 45% от y
3. z на 8 больше, чем x
4. x меньше y в 4 раза
5. x больше, чем y на 35%

Вопросы очень простые. Но у выпускников они вызывают затруднения. Итак, правильные ответы:

1. $x + 3 = y$
2. $x = 0.45y$
3. $z - 8 = x$
4. $y = 4x$
5. $x = y + 0.35y = 1.35y$

Задачи на движение.

Здесь два правила:

1. Эти задачи решаются по формуле:

$$S = v \cdot t$$

то есть расстояние = скорость · время. Из этой формулы можно выразить

$$\text{скорость } v = \frac{S}{t} \quad \text{или время } t = \frac{S}{v}$$

2. В качестве переменной x удобнее всего (в большинстве случаев) выбирать скорость. Тогда задача точно решится!

Для начала внимательно читайте условие. В нем всё уже есть. Помните, что текстовые задачи на самом деле труда не представляют.

На ЕГЭ вам может также встретиться задача о нахождении средней скорости. Запомним, что средняя скорость **НЕ РАВНА** среднему арифметическому скоростей. Она находится по специальной формуле:

$$V_{\text{средняя}} = \frac{S_{\text{общее}}}{t_{\text{общее}}}$$

Если участков пути было два, то

$$V_{\text{средняя}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$$

Задачи на работу

Задачи на работу также решаются с помощью одной-единственной формулы:

$$A = p \cdot t$$

Здесь A — работа, t — время, а величина p , которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, Вася красит забор. Количество метров, которые он красит за час — это и есть его производительность.

Правила решения задач на работу.

1. $A = p \cdot t$, то есть работа = производительность · время. Из этой формулы легко найти t или p .
2. Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один), покрашен забор (один), наполнен резервуар. А вот если речь идет о количестве кирпичей, количестве деталей, литрах воды — работа как раз и равна этому количеству.
3. Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два мастера, Даша и Маша...) или трое (не важно) — их производительности складываются. Очень логичное правило.
4. В качестве переменной x удобно взять именно производительность. Так же, как в задачах на движение мы за x принимаем скорость. Вы убедитесь, что задачи на работу и движение очень схожи.

Задания на проценты, смеси, сплавы, растворы.

Помните, важное правило:

за 100% мы принимаем ту величину, с которой сравниваем.

Предлагаем вам запомнить простые формулы:

если величину x увеличить на p процентов, получим $x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$

(действительно, раскроем скобку $x + x \cdot \frac{p}{100}$, видим, что x увеличивается на p процентов)

если величину x уменьшить на p процентов, получим $x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)$

(действительно, раскроем скобку $x - x \cdot \frac{p}{100}$, видим, что x уменьшается на p процентов)

если величину x увеличить на p процентов, а затем уменьшить на q процентов, получим $x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 - \frac{q}{100}\right)$

если величину x дважды увеличить на p процентов,

получим $x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$

если величину x дважды уменьшить на p процентов,

получим $x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)^2$

Воспользуемся ими для решения задач.

Задачи на прогрессии

Текстовые задачи на прогрессии, которые встречаются в ЕГЭ, просты. Нужно запомнить несколько формул (шесть - они выделены) и главное – понять суть: что такое прогрессия. Итак:

Арифметическая прогрессия - числовая последовательность a_n определяемая условиями:

1) $a_n = a$

2) $a_{n+1} = a_n + d \quad n = 1, 2, 3, 4 \dots$ (d - разность арифметической прогрессии).

Каждый последующий член арифметической прогрессии равен сумме предыдущего и числа d .

Пример арифметической прогрессии:

2, 5, 8, 11, 14, 17... $a_1 = 2 \quad a_2 = 5 \quad d = 3$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8... $a_1 = 1 \quad a_2 = 2 \quad d = 1$

Формула n -го члена: $a_n = a_1 + d(n - 1)$

Формулы суммы n первых членов:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

Подставим $a_n = a_1 + d(n - 1)$, получим:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} n$$

Геометрическая прогрессия - числовая последовательность b_n определяемая условиями:

1) $b_n = b$ ($b \neq 0$)

2) $b_{n+1} = b_n q$ $n = 1, 2, 3...$ (q - знаменатель геометрической прогрессии).

Каждый последующий член геометрической прогрессии равен произведению предыдущего и числа q .

Пример геометрической прогрессии:

2, 6, 18, 54, 162... $a_1 = 2$ $a_2 = 6$ $q = 3$

2, 4, 8, 16, 32, 64, 128... $a_1 = 2$ $a_2 = 4$ $q = 2$

Формула n -го члена: $b_n = b_1 q^{n-1}$

Формулы суммы n первых членов $q \neq 1$: $S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$

Подставим $b_n = b_1 q^{n-1}$, получим:

$$S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$