Математика ЕГЭ 2015 Задание 19

Профильный уровень

Типы задач и их решение

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Автор – Джендубаев Эдуард – традиционно выражает благодарность всем людям, которые хотя бы мельком видели его работы по математике и при этом не ругались матерными словами. Пользуясь случаем, хочу поблагодарить замечательный сайт в интернете http://4ege.ru/ за удивительное бесстрашие при размещении моих ни на что негодных трудов, а также за возможность хвастаться перед родственниками количествами скачиваний каждой работы.

Идея создания очередного безобразного методического чего-то возникла по причине появления новой (по содержанию и формулировке) задачи под номером девятнадцать в КИМе профильного уровня.

Поскольку пока еще в сети очень мало материала об этой задаче, написанного авторитетами, мало самих типовых задач (по сравнению с любимой задачей с параметром), то сам Гаусс велел создать пособие, которое будет содержать именно решения.

Материал адресован почти всем желающим, однако абитуриентам, которые и без того ходят каждый день к репетиторам, устают в школе, занимаются платно по интернету и вообще уже ничего не хотят, лучше эту методичку отложить до лучших времен и пойти покушать.

Книга получила положительные отзывы научных сотрудников Отдела по обеспечению правильного произношения ударения в слове "обеспечение" НИИ Минкомэкономомномном.

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

Задача 19 (0) из демоварианта ЕГЭ-2015 по математике профильного уровня.

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

Решение из демоварианта.

Пусть сумма кредита равна a, ежегодный платеж равен x рублей, а годовые составляют k%. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент $m = 1 + 0{,}01k$. После первой выплаты сумма долга составит: $a_1 = am - x$. После второй выплаты сумма долга составит:

$$a_2 = a_1 m - x = (am - x)m - x = am^2 - mx - x = am^2 - (1 + m)x.$$

После третьей выплаты сумма оставшегося долга:

$$a_3 = am^3 - (1 + m + m^2)x = am^3 - \frac{m^3 - 1}{m - 1} \cdot x.$$

По условию тремя выплатами Сергей должен погасить кредит полностью, поэтому $am^3 - \frac{m^3-1}{m-1} \cdot x = 0$, откуда $x = \frac{am^3(m-1)}{m^3-1}$.

При $a = 9\,930\,000$ и $k = 10$, получаем: $m = 1{,}1$ и

$$x = \frac{9\,390\,000 \cdot 1{,}331 \cdot 0{,}1}{0{,}331} = 3\,993\,000 \text{ (рублей).}$$

Ответ: 3 993 000 рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	3
Получено верное выражение для ежегодного платежа, но допущена вычислительная ошибка, приведшая к неверному ответу	2
С помощью верных рассуждений получено уравнение, из которого может быть найдено значение ежегодного платежа, но коэффициенты уравнения неверные из-за ошибки в вычислениях	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Что это за коэффициент умножения оставшегося долга?

Отвечаем: пусть мы взяли X рублей у банка под k процентов годовых. Следовательно, наш долг составляет сначала те же самые X рублей.

Прошел год, теперь наш долг банку составляет X + X · k% = (1 + 0,01·k)X. Множитель 0,01 просто переводит значение, данное в процентах, в обычное числовое. Для экономии места и для красоты, было решено заменить множитель перед X на m, вот и всё.

Почему это интересно $1 + m + m^2 = \frac{m^3-1}{m-1}$ без всяких объяснений?

Потому что была применена формула суммы элементов геометрической прогрессии, первый член которой равен 1, а знаменатель равен m. Всего элементов 3.

НАПОМИНАНИЕ

Есть некоторая числовая последовательность, каждый элемент которой отличается от предыдущего в q раз. Если первый элемент такой последовательности равен b_1, второй $b_2 = b_1 \cdot q$, следующий $b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q \cdot q = b_1 \cdot q^2$, элемент с номером n равен $b_n = b_{n-1} \cdot q = b_1 \cdot q^{n-1}$, то такая последовательность чисел называется **геометрической прогрессией**, а число q называется знаменателем геометрической прогрессии.

Вывод формулы суммы членов геометрической прогрессии.

Пусть живет геометрическая прогрессия b_1, b_2, b_3, ..., b_n со знаменателем $q \neq 1$. Выпишем её сумму:

$$s_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n \,.$$

Умножим (это такой прием, ничего личного) теперь нашу сумму на знаменатель q и посмотрим, что получилось:

$$s_n q = b_1 q + b_2 q + \dots + b_n q = b_2 + b_3 + \dots + b_{n+1} \,.$$

Теперь посмотрим на разность $s_n q - s_n$:

$$s_n q - s_n = b_2 + b_3 + \dots + b_{n+1} - b_1 + b_2 + \dots + b_n = b_{n+1} - b_1 \,.$$

$$s_n q - s_n = b_{n+1} - b_1 \,.$$

Откуда лёгким движением руки:

$$s_n = \frac{b_{n+1} - b_1}{q - 1} = \frac{b_1 q^n - b_1}{q - 1} = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}.$$

Если теперь поразмышлять, что никогда не бывает лишним, то можно понять следующее. Если $|q|<1$, то ясное дело $q^n \to 0$ (по свойству показательной функции), а значит

$$s_n = \frac{b_1}{1 - q}$$ – формула суммы n элементов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

Однако, никто не говорит, что полученная ранее формула перестает работать для $|q|<1$, нет. Просто новая формула проще и веселей.

Очевидное свойство геометрической прогрессии с элементами одного знака:

$$|b_n| = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}.$$

Пример: –1, –2, –4, –8, –16, сумма $-1(2^5-1)/(2-1) = -31$.

В нашей задаче: $b_1 = 1$, $q = m$, сумма $s_3 = (m^3 - 1)/(m - 1)$. Не надо только тут никаких формул разности кубов применять, что-то там сокращать... Всё и так красиво и компактно.

Теперь когда мы разобрались с предложенным решением задачи из демоварианта, пора узнать другое решение, написанное мной еще летом 2014 года, тогда не знавшем канонического решения.

Пусть $F = 9\,930\,000$ – величина кредита, x – искомая величина ежегодного платежа.

Первый год:

Долг: $1{,}1F$;

Платеж: x;

Остаток: $1{,}1F - x$.

Второй год:

Долг: $1{,}1(1{,}1F - x)$;

Платеж: x;

Остаток: $1{,}1(1{,}1F - x) - x$.

Третий год:

Долг: $1{,}1(1{,}1(1{,}1F - x) - x)$;

Платеж: x;

Остаток: 0, потому что по условию было всего три платежа.

Единственное уравнение

$$1{,}1(1{,}1(1{,}1F - x) - x) - x = 0, \qquad 1{,}331F = 3{,}31x, \qquad x = 3993000.$$

Ответ: 3 993 000 рублей .

Почему это решение **неприемлемое**? Не знаю, давайте разбираться строго по критериям.

Обоснование имеется, причем очень подробное – что происходило каждый год. Выражение, из которого можно посчитать величину платежа, получено 1,331F = 3,31x. Все рассуждения оказались верными и ошибки нет.

Я ставлю самому себе за свое собственное решение максимальный балл. Получается, что решение это очень даже приемлемое.

Однако-1! Если предположить, что процентная ставка не красивые 10%, а страшные 13,66613%. Шансы где-то умереть по ходу умножений или сойти с ума при подробном расписывании множителя при величине долга за каждый год резко увеличились. Добавим к этому еще и не маленькие 3 года, а лет 25. Такое количество годов не хватит дополнительных бланков подробно расписывать.

Вот и приехали!

Где-то в глубине души, каждый из нас понимает, что решение задачи высокого уровня профильного экзамена по математике должно демонстрировать математическую культуру: удобные коэффициенты; красивые формулы для общего случая (а не именно для 10% и только трех лет); настолько малое количество вычислений, насколько это возможно – всё как в настоящей жизни, в настоящем банке. К этому нужно стремиться, в этом и состоит суть задачи.

Однако-2! Всё же никто не имеет права поставить не максимальный балл за приведенное выше решение. На ЕГЭ и не такое бывало, иногда бывшую С6 решали не математическими методами, а сочинением-рассуждением, а в информатике вообще был выбор между написанием на языке программирования или простом великом русском, но с полным обоснованием алгоритма. Что уж говорить о правиле "при решении задач вы можете использовать любые факты из любого школьного учебника без всяких доказательств".

Задача 19 (1).

31 декабря 2013 года Андрей взял в банке некоторую сумму в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), а затем Андрей переводит в банк 3 460 600 рублей. Какую сумму взял Андрей в банке, если он выплатил долг тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

Действуем по накатанной. Пусть x – искомая величина, k% – процентная ставка по кредиту, y – ежегодный платеж. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга будет умножаться на коэффициент $m = 1 + 0{,}01k$. После первой выплаты сумма долга составит: $x_1 = mx - y$. После второй выплаты сумма долга составит:

$$x_2 = mx_1 - y = (mx - y)m - y = m^2x - my - y = m^2x - (m + 1)y.$$

После третьей выплаты сумма оставшегося долга:

$$x_3 = mx_2 - y = m^3x - (m^2 + m + 1)y = m^3x - (m^3 - 1)y/(m - 1).$$

По условию Андрей выплатил долг за три года, то есть $x_3 = 0$, откуда

$$x = \frac{(m^3-1)y}{(m-1)m^3}.$$

При $y = 3\,460\,600$, $k\% = 10\%$ (соответственно $k = 10$), получаем: $m = 1{,}1$ и

$$x = \frac{0{,}331 \cdot 3\,460\,600}{0{,}1 \cdot 1{,}331} = 8\,606\,000 \text{ (рублей).}$$

Тут стоит напомнить о надеждах и фактах. У вас всегда должна быть надежда на *хорошие* числа. Эта надежда подсказывает, что 3 460 600 делится на куб числа 11 без остатка. Факт в свою очередь заключается в том, что вы должны не лениться и всегда раскладывать делимое большое число на множители.

3 460 600 / 100 = 34 606; 34 606 / 2 = 17 303 (да, надо пробовать делить на 11, потому что $m = 1{,}1 = 11 \cdot 10$, так потом будет легче считать); 17 303 / 11 = 1 573 (еще раз на 11, потому что там куб m); 1 573 / 11 = 143 (и еще разок); 143 / 11 = 13. Отлично, теперь всё понятно.

Ответ: 8 606 000 рублей.

Задача 19 (2).

1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300 000 рублей?

Надо понять простую истину – чем больше будет платеж по кредиту, тем меньше будет долг. Меньше будет долг – быстрее его выплатишь. Максимальный ежемесячный платеж, который может себе позволить этот мужик, равен 300 000 рублей согласно условию. Если Всеволод Ярославович будет платить максимальный платеж, то он быстрее всего погасит долг. Другими словами, сможет взять кредит на наименьший период времени, что и требуется условием.

Я по традиции, как слабый математик, решаю задачу в лоб. Такое решение тоже годится! Алгеброй клянусь.

1 июня 2013 года: долг 900 000.

Прошел месяц. 1 июля 2013 года: долг $(1 + 0{,}01)900\,000 - 300\,000 = 609\,000$.

Прошел месяц. 1 августа 2013 года: долг $(1 + 0{,}01)609\,000 - 300\,000 = 315\,090$.

Прошел месяц. 1 сентября 2013 года: долг $(1 + 0{,}01)315\,090 - 300\,000 = 18\,240{,}9$. Умножения на самом деле не очень сложные, да и умножать приятнее, чем делить.

Прошел месяц. 1 октября 2013 года: долг $(1 + 0{,}01)18\,240{,}9 = 18\,423{,}309 < 300\,000$, кредит погашен. Итого прошло 4 месяца.

Ответ: 4 месяца.

Теперь надо реабилитироваться в глазах читателей. Воспользуюсь результатами предыдущих задач с учётом следующего рассуждения: неравенство оставшейся части долга имеет вид $a_x \leq 0$.

Пусть x – искомая величина, a = 900 000 – сумма, взятая в банке, k% = 1% – ставка по кредиту, y = 300 000 – ежемесячный платеж, m = (1 + 0,01k) – ежемесячный множитель оставшегося долга. Тогда, по уже известной формуле, получим неравенство:

$$a_x = m^x a - \frac{m^x - 1}{m - 1} \cdot y \leq 0; \quad x \geq \log_m \frac{y}{y - 0{,}01ka}\ ; \quad x \geq \log_{1{,}01} \frac{100}{97}\,.$$

Получили неприятное неравенство, но верное. Посчитав в уме (шутка) исключительно для душевного успокоения, имею:

$$\log_{1{,}01} \frac{100}{97} \approx 3{,}06112509566 > 3.$$

Целую часть числа берем потому, что число платежей не может быть числом не целым. Берем ближайшее большее целое, меньшее взять не можем (потому что тогда останется долг) и видно, что полученный логарифм число не целое. Получается 4 платежа, 4 месяца.

Шутка или нет, но за ответ "$\left[\log_{1{,}01} \frac{100}{97}\right] + 1$ – искомое число месяцев, где [ ] – целая часть числа" вам, честное слово пацана, обязаны поставить высший балл.

Если мы снова встретим ту же формулировку задачи, то не надо бояться получить неравенство с логарифмом. Главное, чтобы оно было без ошибок. Сначала попытаемся понять, является ли $\log_m \frac{y}{y-0{,}01ka}$ числом целым. Если нет, то ответ к задаче (абсолютно правильный) $\left[\log_m \frac{y}{y-0{,}01ka}\right] + 1$. Если да, то вообще всё отлично.

Ответ: $\left[\log_{1{,}01} \frac{100}{97}\right] + 1$.

Самое удивительное, что никто не запрещает вам сначала привести вон то простое решение и получить 4 месяца, а затем привести решение в формулах, а ответ записать так $\left[\log_{1{,}01} \frac{100}{97}\right] + 1 = 4$.

(Читать в образе трагичного поэта)

Целу́ю часть числа,

люблю её, рискую,

но всё-таки беру! И негодую,

когда считать предписано судьбою

ужасный log ужасного числа...

Задача 19 (3).

31 декабря 2013 года Игорь взял в банке 100 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на некоторое количество процентов), затем Игорь переводит очередной транш. Игорь выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 51 000 рублей, во второй 66 600 рублей. Под какой процент банк выдал кредит Игорю?

Просто транш это то же самое, что и платёж/перевод денег.

Ну, тут уже совсем всё просто. Пусть x% – искомая ставка по кредиту; $m = (1 + 0{,}01x)$ – множитель оставшегося долга; $a = 100\,000$ – сумма, взятая в банке; $y_1 = 51\,000$, $y_2 = 66\,600$ – размеры первого и последнего тра́ншей (не путать со словом "транше́й" – траншея (ров, окоп) во множественном числе и родительном падеже).

После первой выплаты сумма долга составит: $a_1 = ma - y_1$.

После второй выплаты сумма долга составит: $a_2 = ma_1 - y_2 = m^2a - my_1 - y_2$. По условию, $a_2 = 0$. Уравнение надо будет решить сначала относительно m, разумеется взяв только положительный корень, больший естественно единицы и не превосходящий, хотя бы для приличия, двойки:

$$100\,000m^2 - 51\,000m - 66\,600 = 0;\ \ 500m^2 - 255m - 333 = 0.$$

Вот где начинаются трудности. $D = 255^2 + 4 \cdot 500 \cdot 333 = 15^2 \cdot 17^2 + 15^2 \cdot 37 \cdot 80 = 225(289 + 2\,960) =$
$= 731\,025$. (В принципе можно было и просто посчитать $255^2 + 4 \cdot 500 \cdot 333$, лишь бы правильно.)

Давайте запишем выражение для нахождения k для того, чтобы в случае вычислительной ошибки, всё же получить 2 балла по критериям.

$$k = 100\left(\frac{y_1 + \sqrt{y_1^2 + 4 \cdot a \cdot y_2}}{2 \cdot a} - 1\right).$$

Раскладываем на множители, мы обязаны попытаться. 731 025 / 5 = 146 205; 146 205 / 5 = 29 241; сумма цифр предыдущего числа делится на 9, значит 29 241 / 9 = 3 249; опять 3 249 / 9 = 361; ну, а $361 = 19^2$. Тогда $731\,025 = (5 \cdot 9 \cdot 19)^2 = 855^2$. Продолжаем, выписывая только подходящий корень:

$$m = \frac{255 + 855}{1\,000} = 1{,}11.$$

Тогда x = 0,11; x% = 11%.

Ответ: 11%.

Задача 19 (4).

Оля хочет взять в кредит 1 000 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 240 000 рублей?

По аналогии с задачей 19 (2):

Первый год (сказано, что погашение происходит раз в год после начисления процентов): долг $(1 + 0{,}1)1\,000\,000 - 240\,000 = 860\,000$.

Второй год: долг $(1 + 0{,}1)860\,000 - 240\,000 = 706\,000$.

Третий год: долг $(1 + 0{,}1)706\,000 - 240\,000 = 536\,600$.

Четвертый год: долг $(1 + 0{,}1)536\,600 - 240\,000 = 350\,260$.

Пятый год: долг $(1 + 0{,}1)350\,260 - 240\,000 = 145\,286$.

Шестой год: долг $(1 + 0{,}1)145\,286 = 159\,814{,}6 < 240\,000$, конец.

Итого значит 6 лет выплачивать кредит – минимальное количество. Другой, гораздо более веселый ответ можно получить, используя формулу в задаче 19 (2).

$$\log_m \frac{y}{y - 0{,}01ka} = \log_{1,1} \frac{240\,000}{240\,000 - 0{,}1 \cdot 1\,000\,000} = \log_{1,1} \frac{12}{7}.$$

Полученное число, очевидно, не целое (аргумент логарифма не является степенью с натуральным показателем основания логарифма). Поэтому берем целую часть числа и прибавляем единичку.

Ответ: $\left[\log_{1,1}\frac{12}{7}\right] + 1$, где [ ] – целая часть числа.

Ключевой момент: если мы хотим получить кредит на минимальный срок, то обязаны гасить этот кредит максимальными платежами.

Задача 19 (5).

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 8 599 000 рублей в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14%), затем Сергей переводит X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами?

Одно нам известно доподлинно – Сергей не является отцом Всеволода Ярославовича.

Задача аналогична 19 (0).

$$X = \frac{am^3(m-1)}{m^3 - 1} = \frac{8\,599\,000 \cdot 1{,}481544 \cdot 0{,}14}{0{,}481544} = 3\,703\,860.$$

Ответ: 3 703 860 рублей.

Задача 19 (6).

1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 200 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 100 000 рублей?

Уже интуиция подсказывает, что ответ 3, потому что $200\,000 / 100\,000 = 2$ – мало, поэтому 3. Решим задачу подробно.

Ключевое замечание – если хочешь погасить кредит за наименьший срок, будь добр ежемесячно платить максимально возможную для тебя сумму. У Всеволода Ярославовича, любителя кредитов, такой ежемесячный платеж составляет 100 000 рублей.

Итак, пусть сумма, взятая в банке, равна a = 200 000; множитель долга m = (1 + 0,01k), где k = 2 – процентная ставка по кредиту; y = 100 000 – ежемесячный платеж; количество платежей/месяцев x.

После первого погашения сумма долга: $a_1 = ma - y$.

После второго погашения сумма долга: $a_2 = ma_1 - y = m^2a - my - y = m^2a - (m + 1)y$.

После третьего погашения сумма долга равна:

$$a_3 = m^3a - (m^2 + m + 1)y = m^3a - \frac{m^3 - 1}{m - 1} \cdot y.$$

После x погашения сумма долга равна:

$$m^x a - \frac{m^x - 1}{m - 1} \cdot y \leq 0;\ \ x \geq \log_m \frac{y}{y - 0{,}01ka} = \log_{1{,}02} \frac{100\,000}{100\,000 - 0{,}01 \cdot 2 \cdot 200\,000} = \log_{1{,}02} \frac{100}{96}.$$

Понятно, что полученное число не является целым, равенство нас не устраивает. Меньшее целое по очевидным причинам брать нельзя (потому что долг останется), поэтому берем ближайшее большее целое.

Ответ: $\left[\log_{1{,}02} \frac{100}{96}\right] + 1$ месяцев, где [ ] – целая часть числа.

Для души:

$$\log_{1{,}02} \frac{100}{96} \approx 2{,}06144335848 > 2.$$

Задача 19 (7).

31 декабря 2013 года Ваня взял в банке 9 009 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Ваня переводит в банк платеж. Весь долг Ваня выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

Воспользуемся результатом из задачи 19 (0).

$$x_3 = \frac{am^3(m-1)}{m^3 - 1} = \frac{9\,009\,000 \cdot 1{,}728 \cdot 0{,}2}{0{,}728} = 4\,276\,800.$$

$$x_2 = \frac{am^2(m-1)}{m^2 - 1} = \frac{9\,009\,000 \cdot 1{,}44 \cdot 0{,}2}{0{,}44} = 5\,896\,800.$$

Выражение для искомой разности (чтобы в случае вычислительной ошибки получить 2 балла):

$$3 \cdot \frac{am^3(m-1)}{m^3 - 1} - 2 \cdot \frac{am^2(m-1)}{m^2 - 1}.$$

Искомая разность 3 · 4 276 800 – 2 · 5 896 800 = 1 036 800 рублей. Условие нам подсказало, что разность должна записываться именно так – в первый раз Ваня потратил больше, чем во второй.

Ответ: 1 036 800 рублей.

Задача 19 (8).

31 декабря 2013 года Маша взяла в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на некоторое количество процентов), затем Маша переводит очередной транш. Если она будет платить каждый год по 2 788 425 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 991 625, то за 2 года. Под какой процент Маша взяла деньги в банке?

Из задачи 19 (1):

$$\frac{(m^4-1)y_1}{(m-1)m^4}=\frac{(m^2-1)y_2}{(m-1)m^2};\;\; (m^2+1)y_1=m^2y_2\,.$$

Искомая процентная ставка по кредиту:

$$k=100\left(\sqrt{\frac{y_1}{y_2-y_1}}-1\right)=12{,}5.$$

Ответ: 12,5%.

А если бы еще спросили, а какую сумму эта самая Маша взяла в банке? Кошмар. Оставьте эту задачу на самый конец. Даже попытайтесь пункт а) задачи 21 посмотреть/попробовать, а уж потом браться за эту изматывающую умножениями и делениями многозначных чисел задачу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подавляющее большинство читателей этого невероятного пособия ошибется в вычислениях при решении задачи 19 на экзамене. В этой связи необходимо реабилитироваться и обязательно составить верное выражение для нахождения искомой величины, чтобы по критериям всё равно получить 2 балла из 3. Опять же, если допустить, что вычислительная ошибка будет обязательно, то лучше вообще все участвующие числа заменить буквами и составить верное уравнение для нахождения искомой величины (1 балл по критериям).

Вспоминая приведенные простые решения в лоб, повторю: если такое решение не содержит вычислительных ошибок и расписано подробно, содержит правильный ответ, то вы получите максимальный балл.

В спецификаторе профильного уровня в графе "примерное время выполнения" для слабаков стоит по правде говоря заслуженный прочерк, а для молодцов 30 минут, как на задачу с параметром. В принципе, если сконцентрироваться, успокоиться, настроиться, быть внимательным, то эту задачу можно одолеть за 30 минут. Старайтесь.

До момента написания букв, которые вы сейчас читаете, мне хотелось написать, что задача 19 – легкая. Ничего подобного. Но! Сами подумайте, в этой задаче ведь ни разу не попросили применить теорему из геометрии или стереометрии, не попросили отобрать корни или найти область определения, взять производную... Эта задача вполне решаемая для человека, прошедшего школу решения задачи 13 на составление и работу с математическими моделями, для человека, который уверенно и не спеша работает с многозначными числами.

Как и любую другую задачу в вашей жизни, задачу 19 всё равно надо хотя бы прочитать, попробовать решить. Вдруг она окажется намного проще, чем приведенные в методичке? Старайтесь и не бойтесь.

На сайте http://ege.edu.ru/ru/main/video/video_item/index.php?vid_4=203 посмотрел недавно видео с И.В. Ященко, так он сказал, что все числа подобраны реальные и хорошие, потому что у составителей КИМов нет установки угробить сдачу экзамена, составив неподъемные задачи.

Разберитесь для себя окончательно. $k = 2$, $k\% = 2\%$, $0{,}01k = 0{,}02$, $0{,}01k\% = 2$. И так далее. Повторите прогрессии!

При решении в лоб необходимо сделать всё чётко, без ошибок и подробно, чтобы даже я понял, что да как. При решении с элементами математической культуры необходимо по критериям написать верное уравнение (или, упаси Декарт, систему уравнений), из которого можно получить выражение для вычисления искомой величины. Затем без ошибок получить это самое выражение и найти ответ. Если ничего не получается, пишите всё, что знаете.

Спасибо всем, кто читал это невероятное пособие. Замечания, ценные предложения, завещания, анекдоты, деньги, малосольные огурчики присылайте мне как-нибудь.

Удачи на экзаменах и да прибудут с вами логика, здравый смысл, математическое чутьё, внимательность и концентрация!

ЛИТЕРАТУРА

1. Ященко И. В. и др. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2015 году. Базовый и профильный уровни. Методические указания / И. В. Ященко, С. А. Шестаков, А. С. Трепалин. – М.: МЦНМО, 2015. – 288 с.

2. Демонстрационный вариант контрольно-измерительных материалов единого государственного экзамена 2015 года по математике. Профильный уровень.

3. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения в 2015 году единого государственного экзамена по математике. Профильный уровень.